

tres d'investigació en matemàtiques més prestigiosos del món. Fou president de la Unió Matemàtica Internacional (IMU) i editor, durant més de vint anys, d'*Acta Mathematica*, sens dubte una de les més prestigioses revistes especialitzada en matemàtiques. Actualment és professor emèrit de la Universitat de Califòrnia a Los Angeles (UCLA) i del Reial Institut de Tecnologia (KTH) d'Estocolm. A més de ser un científic extraordinari, ha estat sempre preocupat per altres aspectes de les matemàtiques, com ara

la divulgació, la docència i la interacció entre ciència pura i aplicada. En el Congrés Mundial dels Matemàtics, l'ICM 2006, celebrat aquest estiu passat a Madrid, participà a la taula rodona que clausurava el congrés, i en la seva intervenció va assenyalar la importància d'aquests aspectes. Encara que Carleson ja havia visitat Espanya altres vegades, fou emocionant disfrutar un cop més de la senzillesa i la sensatesa d'aquest gran geni.

Ana Vargas
UAM

Parlem de llibres

Fa uns mesos, quan vaig llegir *La incògnita Newton*, la vaig trobar prou interessant i totalment adequada com a literatura de divulgació científica —com si fos una novel·la. Un d'aquests textos rars que poden tenir un paper molt important en l'apropament de la tasca matemàtica i de la personalitat dels matemàtics a la societat culta —de fet, a la societat lectora, en general. Aquesta hipòtesi —la importància que, en l'apropament del científic en general i del matemàtic, en particular, i de la seva tasca pot tenir la novel·la— la vaig exposar i defensar en l'encontre «Literatura i Matemàtiques» que va tenir lloc a l'IEC, l'any 2000, en ocasió de l'Any Mundial de les Matemàtiques.

Vaig parlar de la novel·la amb alguns companys del Departament de Probabilitat, Lògica i Estadística de la Universitat de Barcelona, i la vaig recomenar, com fa Richard Montgomery al final de la seva ressenya, com un entreteniment estiuenc, en moments de lleure, en els desplaçaments en avió per assistir a congressos i encontres.

Per això quan l'amic i col·lega Josep Maria Font Llovet em va demanar si volia traduir per a la *SCM/Notícies* de la Societat Catalana de Matemàtiques la ressenya que, Richard Montgomery havia fet d'aquesta novel·la al *Notices of the American Mathematical Society* (volum 53, número 9, octubre 2006), no m'hi vaig poder negar.

I no solament per la raó suara esmentada, sinó també, i d'una manera molt particular, per l'originalitat de la ressenya de la novel·la que fa Montgomery, usant-la de pretext per apropar-nos al problema dels tres cossos i qüestions encara ara obertes. És una ressenya molt adequada per als lectors del *Notices of the American Mathematical Society* i molt intel·ligent. Usa la novel·la, ben allunyada de la recerca matemàtica real, com un pretext per apropar-nos a alguns dels problemes matemàtics que el «problema dels tres cossos» ha suscitat, encara que només sigui de manera divulgadora, però amb rigor. A més, cap al final, conté una petita sorpresa: una felicitació d'aniversari. Considero sincerament —tal com em va posar en relleu en Josep Maria— que omple de satisfacció i d'orgull a tots els que som membres del cos docent i investigador de la UB i, voldria creure, de tots els centres docents i de recerca matemàtica de Catalunya.

Jo ara, en particular, vull afegir-me a la felicitació de Montgomery, encara que sigui amb retard. I ho vull fer perquè en la meua vida personal i professional ha estat un privilegi enorme haver-ne estat company d'estudis, a la Facultat de Matemàtiques durant els anys 1962-1967; haver coparticipat amb ell, l'homenatjat, juntament amb Pilar Bayer, Julià Cufí i Nadal Batle (1945-1997), a iniciar l'ensenyament de la matemàtica a la UAB, anys 1968-1971, aleshores

un projecte de futur que el temps ha omplert de sentit, de competència i de qualitat; haver impartit matemàtiques II, durant un parell o tres d'anys a la Facultat de Física de la UB; i, durant anys, i malgrat els estralls de la vida i

les diferències en el món real de la matemàtica que ens separen, haver-ne pogut ser col·lega i amic.

De tot cor, doncs, m'uneixo a les felicitacions de Richard Montgomery: felicitats, Carles!

The three body problem. A Cambridge mystery La incògnita Newton

Autor: CATHERINE SHAW

Editorial: Allyson & Busby, març 2005.

Traducció castellana d'Hernán Sabaté i Montserrat Gurguí

Roca Editorial de Libros, S. L. Barcelona, gener de 2006

ISBN-13: 978-84-96525-52-8 ISBN-10: 84-96525-52-X

Disposem d'almenys tres llibres titulats *The three body problem* [7], [9], i el llibre del qual estem fent la ressenya.⁵ En el darrer, tres matemàtics de Cambridge són assassinats amb poques setmanes de diferència. Tots tres treballen en el problema dels tres cossos i viuen a Cambridge, Anglaterra, pels volts del 1880. L'heroïna és una mestra d'escola amb interessos molt forts per les matemàtiques.

M'agrada la ciutat anglesa de Cambridge. M'agrada una bona història de misteri (de detectius). A més, he dedicat una dècada a treballar alguns aspectes del problema dels tres cossos. Per totes aquestes raons vaig pensar que aquest llibre em plauria.

L'estil em va decebre. Shaw l'escriu com un reguitzell de cartes que l'heroïna envia a la seva germana. La primera dotzena de cartes, si fa no fa, em van semblar fastigosament edulcorades. Em vaig sentir empresonat en una habitació victoriana, recarregada de cortinatges, tota empaperada de roses, amb coixins amb pelussa, i nines de porcellana d'un valor molt discutible. Estava lligat a una otomana, i el segrestador m'entatxonava la boca de crespells i pernil que m'impedien de poder cridar.

Tanmateix, però, l'estil és el que es correspon amb l'època. Si passo per alt l'estil (que dubtosament pot agradar a ningú), el text és històricament acurat. El misteri que s'hi desenvolupa és entretingut. La ciutat anglesa de

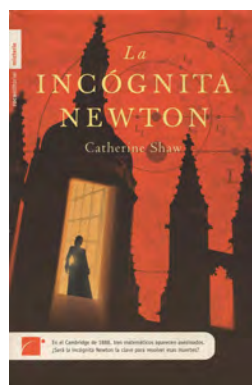
Cambridge hi és descrita amb molta vivesa. La personalitat i la sociologia dels matemàtics està ben reflectida. Les psicologies que guien els comportaments d'alguns dels membres de la nostra nissaga s'hi veuen reflectides amb una precisió sorprenent. L'egoïsmes, l'ànsia per la reputació, i l'arrogància que trobem en els membres de la nostra professió s'entrecreuen clarament, i representen un o dos dels nostres trets més admirables. En les pàgines del llibre hi veig imatges de no pocs dels meus col·legues.

El mòbil dels assassinats de la novel·la és el Premi del Rei Òscar II, un prestigiós premi competitiu de matemàtiques que s'havia proposat l'any 1884. El rei de Noruega i Suècia Òscar II l'havia dotat econòmicament. Mittag-Leffler (de la Universitat d'Estocolm) era l'encarregat d'organitzar la competició. Poincaré guanyà el premi el gener de l'any 1889, després que els presumptament assassinats de la novel·la també hi haguessin concursat.

La història de la victòria de Poincaré és, fins i tot, més notable que la història de ficció dels assassinats. Poincaré guanyà el premi pel convenciment general que havia fet un avenç notable en la resolució del «problema». El seu treball, en forma de memòria, fou publicat a la revista *Acta*, una altra de les aventures conjuntes del rei Òscar II i Mittag-Leffler. Quan Phragmén repassava la memòria hi trobà un error molest. I quan Poincaré s'endinsà en

⁵Val a dir que, en traduir-lo al castellà, s'ha optat incomprensiblement pel títol *La incògnita Newton*. El títol original *El problema dels tres cossos. Un misteri a Cambridge*, com que es tracta d'una novel·la d'assassinats on moren precisament tres matemàtics reputats, constitueix un «joc de paraules» que, per desgràcia, l'encarregat de prendre la decisió del títol castellà no ha copsat. O bé, pitjor encara, creient que mantenir el títol original faria que el possible lector —i, de retruc, possible comprador— s'espantés perquè s'adonés que es tractava d'un problema matemàtic i no d'una novel·la de misteri —quelcom molt poc probable— i se n'allunyés perdent-se una venda i un lector potencials. (Nota del traductor.)

l'anàlisi de l'error, aquest va créixer de manera que el cor del seu treball es mostrà pendent de ser desentrellat. Amb la finalitat d'assolir la veritat que s'amagava darrere l'error, Poincaré posà al descobert el que avui coneixem com a *caos* en dinàmica no lineal —en especial en enreixats homoclíncs. Ja s'havia, però, editat i àdhuc s'havia distribuït un nombre limitat de còpies de l'*Acta*. Tot i això s'intentà ocultar l'error. Però finalment, més d'un any més tard, l'error fou corregit per Poincaré, i el manuscrit, ara ja correcte, fou publicat. Poincaré invertí tot el cabal del premi i una mica més a sufragar les despeses d'aquesta segona edició. De tot això, en traiem un ensenyament important: molt sovint els avenços es construeixen damunt d'errors molt seriosos! (Per a més detalls d'aquesta història consulteu, en particular, el llibre [1]. Altres fonts són el web: www-groups.dcs.standrews.ac.uk/~history/Biographies/Poincare.html i el llibre [3].)



Shaw fa una bona tasca quan descriu la història i l'esperit del problema dels tres cossos durant el temps del Premi del Rei Òscar II. No usa gaires matemàtiques, però això, en aquest context, és un encert. S'endinsa tanmateix, amb una mica de deteniment i detall, en l'estat de l'educació matemàtica i descriu un debat històric sobre aquesta qüestió en el qual Cayley tingué un paper d'allò més rellevant, un debat les idees bàsiques del qual sentim repetir una vegada i una altra fins als nostres dies.

Se m'ha fet pesat el temps dedicat a la primera tercera part del llibre, però, un cop superada, l'argument començà a mostrar-me de

quina manera els personatges de la història anaven prenent cos amb els seus defectes obsessius. Aleshores vaig començar a relaxar-me i a disfrutar de la novel·la. La meua esposa, amb molta més experiència que jo com a lectora d'obres de misteri, ràpidament va conjeturar el desenllaç. El desenllaç, però, pren un gir molt inspirat.

Si encara estàs llegint aquesta ressenya et considero una audiència captiva i miraré d'anar una mica més enllà pel que fa al problema matemàtic dels tres cossos. Quin és exactament el problema? Barrow-Green [1] l'enuncia sucintament: «Tres partícules es mouen a l'espai sota l'acció de l'atracció gravitacional que s'exerceixen mútuament. Donades les seves condicions inicials, determinar el seu moviment ulterior». Ara bé, el treball de Poincaré que guanyà el Premi del Rei Òscar II implica que el problema, enunciat en aquests termes, no té solució. Aquesta situació és similar a la de la demostració de Galois de la irresolubilitat de la quintica general. Normalment, les demostracions d'irresolubilitat d'un problema no clouen la història, ans al contrari, n'inicien una de molt més àmplia. La irresolubilitat del problema dels tres cossos,⁶ a través dels enreixats homoclíncs, i les tècniques desenvolupades per Poincaré precediren la teoria qualitativa dels sistemes dinàmics i, amb aquesta teoria, el problema dels tres cossos es transformà de la nit al dia en un univers complet de problemes.

Faré un esbós de tres problemes oberts que s'aixopluguen sota l'ombrel·la del problema dels tres cossos. Fan referència a la densitat, o ubiqüitat, de tipus diversos de solucions.

Probablement molts de nosaltres hem sentit a parlar de la conjectura de Poincaré referent a la topologia. Però Poincaré féu una altra conjectura, molt menys coneguda, però molt més oberta. L'altra conjectura de Poincaré afirma que les òrbites periòdiques són topològicament denses: a ϵ d'una solució i per a un interval de temps fitat, existeix una òrbita periòdica que fa ombra a la solució donada, a ϵ , durant l'interval de temps donat. Aquesta altra conjectura de Poincaré i la seva fe en la importància de les òrbites periòdiques ha estimulat una quan-

⁶De fet, es tracta d'una no-integrabilitat del problema i no pas d'una irresolubilitat, atès que, donades les condicions inicials, el problema és resoluble. Heus ací una altra analogia amb la irresolubilitat de la quintica que, d'acord amb el teorema fonamental de l'àlgebra, és resoluble —en el sentit que té solució, però la solució no és expressable per radicals. Hi ha, doncs, una limitació en la qüestió de la «resolubilitat»: on, com, amb quines eines, etc.? (Nota del traductor.)

titat enorme de recerca, inclosa la creació de l'homologia de Floer [4] per demostrar la conjectura d'Arnol'd referent a les fites inferiors topològiques del nombre d'òrbites periòdiques i als diversos i espectaculars contraexemples de fluxos que no tenen òrbites periòdiques (vegeu [6] i [5]).

Com hem establert, aquesta conjectura de Poincaré és falsa per al problema de tres cossos, però per una raó fàcilment evitable. Diem que un moviment és *fitat* si la distància entre els tres cossos es manté fitada com a funció del temps, i que és *no fitat* en altre cas. Les funcions periòdiques són fitades. Però hi ha conjunts oberts notables de solucions en els quals tots els moviments són no fitats. Naturalment, el problema dels tres cossos té dos invariants o constants del moviment: l'energia i el moment angular (totals). A l'espai de fases, hi ha funcions analítiques que són constants damunt de tota corba solució. Cada solució amb energia nul·la o positiva és no fitada. Per tant, estudiant aquesta conjectura de Poincaré hauríem de restringir-nos a solucions amb energia negativa. El camí estàndard del que queda de l'«altra conjectura» de Poincaré és que les solucions periòdiques són denses en el conjunt de les solucions fitades.

El segon problema obert s'inicià realment *abans* de l'altra conjectura de Poincaré. És cert que suficientment a la vora de tota solució fitada hi ha una solució no fitada? En altres paraules, els moviments no fitats són denses i, en conseqüència, els moviments fitats són no denses arreu? Si la resposta fos que «sí» i el nostre univers només estigués format pel Sol, la Terra i la Lluna movent-se d'acord amb les lleis de Newton en una òrbita fitada, aleshores si sotmetéssim la Lluna a una força arbitràriament petita, un dels tres cossos podria ser enviat a una distància infinitament allunyada dels altres dos. Michel Herman, a la conferència del Congrés Internacional de les Matemàtiques de 1998 anomena aquesta qüestió *el problema més antic dels sistemes dinàmics*.

El tercer problema obert és específic del problema pla dels tres cossos. Si exclouem les col·lisions, aleshores l'espai de configuració del problema consta de tres còpies del pla menys les col·lisions i té el tipus d'homotopia d'una 2-es-

fera menys tres punts per una circumferència. La circumferència es genera quan fem girar de manera rígida el triangle format pels tres cossos. Si, seguint les petjades de Poincaré com és usual, ens interessem per les òrbites que no són absolutament periòdiques, sinó que són periòdiques mòdul una rotació rígida, podem ometre el factor circumferència. Ara estem buscant classes lliures d'homotopia de corbes sobre la 2-esfera menys tres punts. Aquestes classes són codificades per la seva seqüència d'eclipses (o *syzygy*). Un eclipse és una configuració col·lineal dels tres cossos. Els eclipses sense col·lisions van en tres colors $-1, 2, 3$, depenent de la massa que hi ha «al mig» de les altres dues en l'eclipse, com ara 1231212... , que estableix la llista d'eclipses a mesura que ocorren. Cada seqüència d'eclipses és realitzada per alguna solució? Si no, quines seqüències queden excloses? El conjunt de seqüències d'eclipses que es realitzen tenen densitat positiva en el conjunt de totes les seqüències d'eclipses possibles?

Tornant al segon i «més antic problema», per què no podem donar la resposta numèricament? No podríem prendre un programa numèric d'alta precisió, fer-lo córrer durant molt de temps i «veure» simplement si dona estabilitat o inestabilitat? És a dir, basant-se en experiments numèrics d'aquest tipus, gairebé tots els astrofísics en pràctica es decanten per «no denses arreu»;⁷ i. e., de l'escapament eventual. Estadísticament, sembla que la majoria de les òrbites no són fitades; vegeu, per exemple, el capítol 7 de [9]. Però els esmentats experiments numèrics, en cap cas, no porten a demostracions ni tampoc a arguments convincents del problema més antic de tots. La dificultat d'encaminar els experiments cap a proves es troba en el teorema de KAM (Kolmogorov-Arnol'd-Moser) i en la naturalesa de la difusió d'Arnol'd. En mecànica celeste, i generalment en sistemes hamiltonians, no hi ha gairebé mai solucions que siguin estables en el sentit que s'estableix en un primer curs de sistemes dinàmics o d'equacions diferencials ordinàries. En comptes d'això, hem de conviure amb l'«estabilitat KAM» molt més feble. El teorema KAM afirma que, si una òrbita periòdica és linealment estable (el flux linealitzat sobre l'òrbita és estable) i si se satisfà una condició «de torsió» addici-

⁷Caldria aclarir si hem de dir «per a tot no denses», «no denses arreu», o «no denses enlloc». (Nota del traductor.)

onal (sobre derivades d'ordre superior del flux al llarg de l'òrbita), aleshores aquesta solució està envoltada per una família de tors invariants. Aquests tors són els famosos tors KAM. El flux sobre cadascun dels tors és quasiperiòdic, i tots tenen la meitat de la dimensió de l'espai de fases subjacent. Però els tors no omplen del tot l'espai de fases. Un entorn de l'òrbita és homeomorf a $D^n \times T^n$, on D^n és un n -disc i T^n és un tor n -dimensional. L'enter $2n$ és la dimensió de l'espai de fases i n s'anomena el *nombre de graus de llibertat*. Però, en aquest entorn, els tors KAM constitueixen un subconjunt de la forma $C \times T^n \subset D^n \times T^n$, on $C \subset D^n$ és un conjunt de Cantor que és no dens arreu, però de mesura positiva. Si $n = 2$, aleshores els tors KAM forcen l'estabilitat atès que els tors KAM tenen dimensió dos i es troben en una varietat de dimensió tres d'energia constant. En aquest cas, els tors envolten l'òrbita original i així bloquegen topològicament l'escapament de solucions properes. Però quan $n > 2$, no es presenta el bloqueig topològic. Les solucions poden «fugir pel voltant» dels tors KAM. Aquesta fuga és la difusió d'Arnol'd. Si la resposta del problema més antic fos «sí, les òrbites fitades són no denses arreu», aleshores la difusió d'Arnol'd entra en joc. Per què no podem constatar numèricament la difusió d'Arnol'd? En primer lloc, la densitat dels tors KAM s'apropa a 1 a mesura que ens apropem a l'òrbita original. En segon lloc, «les estimacions de Nekhoroshev» garanteixen que el «temps d'escapament» per a qualsevol òrbita de difusió d'Arnol'd es comporta com $p(\epsilon) = \exp(-1/\epsilon)$, on ϵ és la distància de la condició inicial a l'òrbita original.⁸ Aquest $p(\epsilon)$ és una funció plana: és a dir, el seu desenvolupament de Taylor és idènticament nul. En termes pràctics això indica que l'escapament és extremadament lent: que la nostra Lluna en procés d'escapament es mogui un radi lunar lluny de la Terra pot esdevenir més llarg que la història de l'Univers.

Conjecturo que em van oferir el privilegi de fer la ressenya d'aquest llibre per la nota de peu de pàgina que clou la novel·la. La nota ens adreça a una pel·lícula en Javascript realitzada pel professor Charlie McDowell de la Universitat de Califòrnia, Santa Cruz, on s'inclou una referència al meu article amb Alain Chenciner

sobre el problema dels tres cossos. Aquest treball era el redescobriment i la demostració rigorosa de l'existència d'una òrbita coneguda actualment com *el vuit*. Aquesta òrbita fou primerament establerta numèricament per Chris Moore [8] en un treball breu, molt bonic i refrescant. Alain Chenciner i jo [2] vàrem redescobrir el vuit de Moore i vàrem detallar les seves propietats de simetria i variacionals. Carles Simó va demostrar (numèricament) que el vuit és «estable de tipus KAM». (Estic escrivint aquesta ressenya durant el congrés pel seixanta aniversari d'en Simó. Felicitats, Carles!)

Quan estudiava la llicenciatura estava convençut que mai no treballaria en el problema dels tres cossos. Molts dels més prestigiosos matemàtics, ja morts, que han precedit la nostra promoció hi havien treballat. Com podia competir amb aquests vells prohoms? I, almenys tan important com això, com podia treballar en una àrea en la qual molts dels experts més reals ja ens havien deixat? No seria com treballar en una *morque*? Però vaig descobrir una comunitat investigadora molt activa en mecànica celeste matemàtica i una allau de problemes difícils que encara estaven vius. Aquest misteri d'assassinats m'ha retornat als vells dubtes sobre el problema dels tres cossos i sobre la cultura competitiva que generalment hi ha entre matemàtics. Un cop superada l'empalagosa dolçor de l'estil, em proporcionà un trencaclosques molt bonic i bones sensacions del passat, l'època del premi, i de Cambridge.

Aquest llibre pot ser una lectura estiuenca molt agradable, si desitgeu trencar amb la recerca o amb les ressenyes, o un obsequi d'aniversari o de Nadal per a un col·lega o un amic amb interès per les *mates*.

Referències

- [1] BARROW-GREEN, J. *Poincaré and the three body problem*. Providence, RI: American Mathematical Society; (History of Mathematics; 11). Londres: London Mathematical Society, 1997.
- [2] CHENICHER, A.; MONTGOMERY, R. «A remarkable periodic solution to the three-body problem in the case of equal masses». *Annals of Mathematics*, 152(3), (2000), 881–901.
- [3] DIACU, F.; HOLMES, P. *Celestial encounters. The origins of chaos and stability*. Princeton, NJ: Princeton University Press, 1996.

⁸De fet, el text original conté un error, probablement, de notació. L'expressió $p(\epsilon)$ del text indica la «velocitat d'escapament». El «temps d'escapament» vindria indicat per l'invers de $p(\epsilon)$. (Nota del traductor.)

- [4] FLOER, A. «Morse theory for fixed points of symplectic diffeomorphisms». *Bulletin of the American Mathematical Society*, 16(2), (1987), 279–282.
- [5] GINSBURG, V; GÜREL, B. Z. «A C^2 -smooth counterexample to the Hamiltonian Seifert conjecture in R^4 ». *Annals of Mathematics*, 158(3), (2003), 953–976.
- [6] KUPERBERG, K. «Counterexamples to the Seifert conjecture». *Proceedings of the International Congress of Mathematicians*. Vol. II. Berlín, 1998.
- [7] MARCHAL, C., *The three-body problem*. Amsterdam: Elsevier Science Publishers, B. V. Studies in Astronautics, vol. 4, 1990.
- [8] MOORE, CH. «Braids in classical gravity». *Phys. Rev. Lett*, 70 (24), (1993), 3675–3679.
- [9] VALTONEN, M.; KARTTUNEN, H. *The three-body problem*. Cambridge University Press, 2006.

Traducció de la ressenya per Josep Pla i Carrera: voldria agrair l'amabilitat de l'Antoni Benseny i de l'Ernest Fontich (UB), que han llegit la traducció, m'han indicat correccions d'estil que milloren sensiblement la claredat expositiva, però, molt més important encara, han corregit alguns errors d'interpretació que havia comès i que desvirtuaven el rigor de les parts més tècniques de la ressenya de Montgomery. Gràcies, amics!

Josep Pla i Carrera
UB

Webs de matemàtiques

El web de les corbes i superfícies

Coneixeu el problema de la braquistòcrona? La *braquistòcrona* és la trajectòria que ha de seguir un objecte amb pes i sense velocitat inicial per anar d'un punt a un altre, sense lliscar i sense fregament, amb l'única influència de la gravetat, de manera que el temps que trigui a arribar sigui el mínim possible. A primer cop d'ull, un s'imagina que la trajectòria en qüestió ha de ser una línia recta, però un petit estudi el convencerà que no és així: agafant una corba que sigui més vertical al començament per tal que l'objecte agafi velocitat més ràpidament, podem disminuir el temps invertit en el trajecte.

El problema de la braquistòcrona va ser plantejat per Newton el 1696, i diversos matemàtics el van resoldre, entre ells els germans Bernoulli, cosa que va originar una agra disputa entre ells. La corba en qüestió és un arc de cicloide i té la particularitat que per assolir el mínim temps possible d'un punt a l'altre la part final del trajecte es fa *cap amunt*. La boleta, viatjant per sobre d'un arc de cicloide, agafa tanta velocitat que la inèrcia la porta al punt desitjat, costa amunt, en el mínim temps possible. De fet, si agafem la braquistòcrona i la recta que uneix els dos punts, quan la bola

arriba a destí sobre la cicloide, la bola sobre la recta és gairebé a mig camí!

Per veure el dibuix comparatiu de la trajectòria del punt sobre la braquistòcrona i sobre el segment recte, us recomano que visiteu l'*Enciclopèdia de les formes matemàtiques remarcables* a www.mathcurve.com. Aquí l'autor, Robert Ferréol, professor de matemàtiques al Liceu Carnot de París, recull formes i formes d'objectes matemàtics remarcables, corbes planes, corbes a l'espai, superfícies, fractals, etc.

L'organització dels objectes és, òbviament, per categories, però dintre de cada categoria la podeu trobar o bé alfabèticament pel seu nom habitual, o bé per la forma. Per exemple, les corbes planes estan dividides en nou models, espirals, paràboles, catenàries, lemniscates, sinusoides, etc. És un plaer passejar per aquest web, i descobrir cada cop corbes i superfícies desconegudes, amb propietats increïbles! Per exemple, ja sabeu què és una estrofoide? I una peritrocoide? I el paraigua de Whitney, amb una equació tan senzilla com $x^2z = y^2$? Que hi ha de l'anticàustica? Tots aquests objectes i centenars més els podreu trobar a mathcurve.com, gràcies a Robert Ferréol.

Josep Burillo
UPC